

Государственная (итоговая) аттестация 2013 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения в 2013
году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по
МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

подготовлен региональным центром обработки информации ГБОУ ВПО
МО "Академия социального управления" на основе демонстрационного
варианта «ФЕДЕРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2013 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2013 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2013 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте: www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2013 года

Инструкция по выполнению работы

На выполнение всей работы отводится 235 минут. Всего в работе 26 заданий.

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 4 задания с кратким ответом (B1-B3, C1), 3 – выбором ответа (A1-A3) и 1 – установлением соответствия (C2); в *части II* – 3 задания с полным решением (C4-C6).

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом (B4-B7, C3), в *части II* – 3 задания с полным решением (C7-C9).

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в *части I*, с кратким ответом (B8-B12) и выбором ответа (A4, A5).

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

К каждому заданию A1-A5 даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

В бланке ответов АВ поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа данного задания.

Если ошиблись, то крестик необходимо заштриховать, сделав из крестика «черный квадрат», как показано в образце отмены метки на бланке. После этого поставить крестик в нужную клеточку.

Ответом на задания B1-B12 должно быть целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр, записанная на бланке ответов АВ справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ обязательно записывается в отдельном окошке, в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно!

Исправления в ответах крайне нежелательны. Если нужно исправить один символ, то новый рисуется поверх старого в том же окошке, но более жирно. Если вместо ответа нужно написать другой, то прежний ответ аккуратно зачеркивается двумя чертами, справа от него вписывается новый, один символ в одном окошке (если окошек не хватает, нужно написать новый ответ поверх старого, но более жирно).

Ответы к заданиям C1-C3 нужно записать в краткой форме на именном бланке ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

Решения заданий C4-C9 и ответы к ним записываются на именном бланке ответов С. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Почерк должен быть аккуратным и разборчивым. Если не хватило места на выданном бланке ответов С, то необходимо обратиться к организатору в аудитории, который выдаст дополнительный бланк ответов С.

ЗАПРЕЩАЕТСЯ делать записи на оборотной стороне бланка ответов С. Обратная сторона бланков ответов не обрабатывается и не проверяется!

При заполнении бланка ответов С нельзя выходить за прямоугольную рамку.

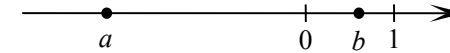
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

A1 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих чисел наибольшее?

- 1) $a + b$ 2) $-a$ 3) $2b$ 4) $a - b$

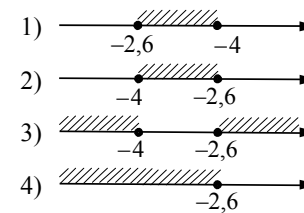
A2 Значение какого из выражений является числом рациональным?

- 1) $(\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 3)$
 2) $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{10}}$
 3) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$
 4) $(\sqrt{6} - 3)^2$

A3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



1 Найдите значение выражения $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}$.

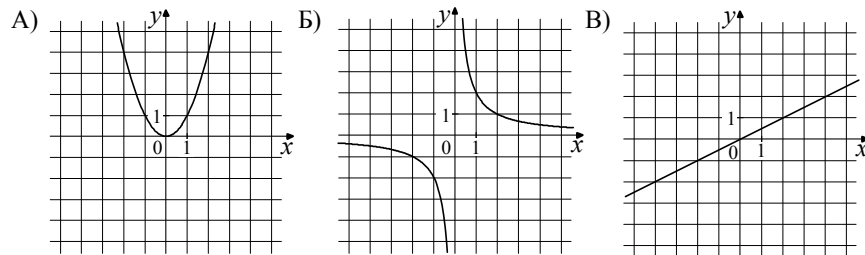
B2 Дана арифметическая прогрессия: $-4; -2; 0\dots$. Найдите сумму первых десяти её членов.

B3 Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$.
В ответ запишите полученное число.

C1 Найдите корни уравнения $x^2 + 7x - 18 = 0$.

В задании C2 требуется соотнести некоторые объекты (графики, обозначенные буквами А, Б, В и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр на бланк ответов С.

C2 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



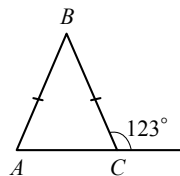
- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

Ответ:

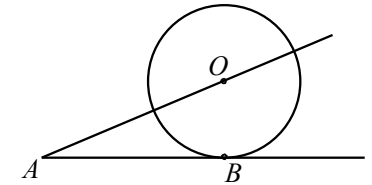
А	Б	В

Модуль «Геометрия»

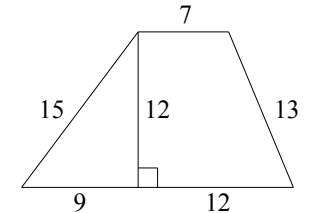
B4 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.



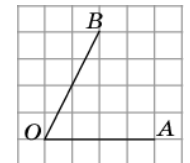
B5 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см.



B6 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



B7 Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке.



C3 Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

Модуль «Реальная математика»

A4 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

- 1) Отметка «5».
- 2) Отметка «4».
- 3) Отметка «3».
- 4) Норматив не выполнен.

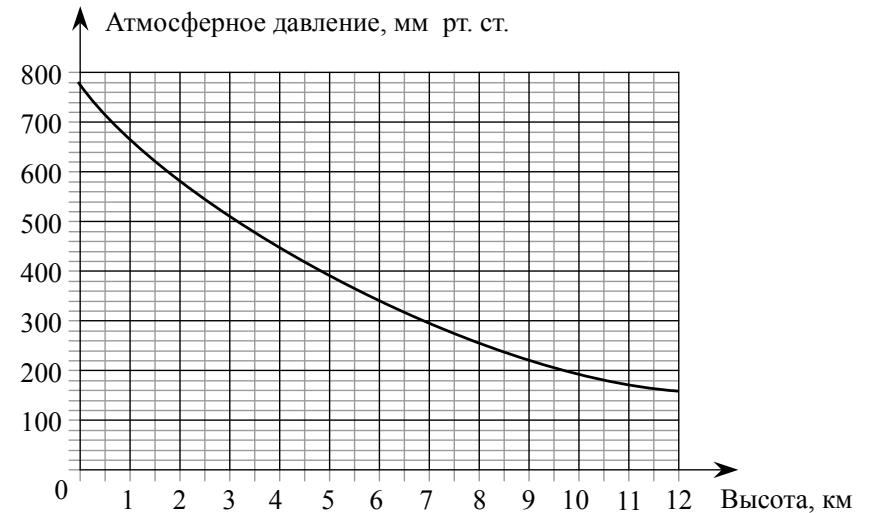
A5 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.



Какое из утверждений относительно результатов контрольной работы **неверно**, если всего в школе 120 девятиклассников?

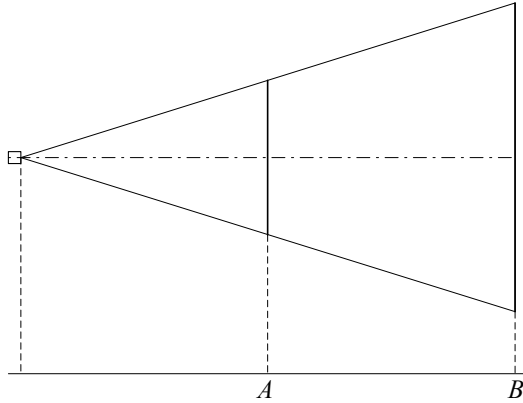
- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около четверти учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

B8 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 540 миллиметров ртутного столба?



B9 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

- В10** Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



- В11** На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

- В12** Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Не забудьте перенести свои ответы в бланки ответов АВ и С.

Часть 2

При выполнении заданий С4-С9 используйте именной бланк ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- С4** Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.
- С5** Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?
- С6** Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- С7** В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.
- С8** В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.
- С9** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Система оценивания экзаменационной работы по математике

" " " " " " " " " * 3/ 7+ " " "

"* 3/ 34." 3/ 5+" "3" 0' " " " " " "

" " " " " " " " 0' " " " " " "

" " * " " " " ±" " " " " " "

"2" 0'

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
A1	2
A2	1
A3	2
A4	2
A5	4
B1	-3
B2	50
B3	0
B4	66
B5	5
B6	168
B7	2
B8	2,5
B9	1980
B10	500
B11	0,2
B12	2,25
C1	-9;2
C2	142
C3	13

Решения и критерии оценивания заданий части 2

Модуль «Алгебра»

C4

Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

C5

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно

$$3 \text{ часа. Составим уравнение: } \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3.$$

Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

C6

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

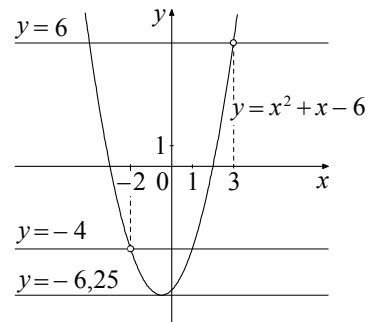
При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

$$y = (x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку
3	График построен правильно, указаны не все верные значения c
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
4	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

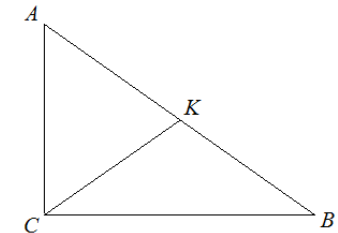
C7

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.

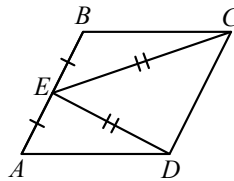


Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

- C8** В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- C9** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

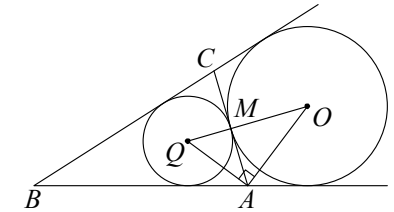
Точка касания M окружностей делит AC пополам.

AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из

прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл